16. 3 【解析】∵ △OAB 的顶点 A,B 分别在反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 和 $y=\frac{9}{x}(x>0)$ 的图象上，且 $AB∥x$ 轴，∴ 设 $B\left(b,\frac{9}{b}\right)$，则 $A\left(\frac{kb}{9},\frac{9}{b}\right)$.

∵ △OAB 的面积为 3，∴ $S_{\triangle OAB}=3=\frac{1}{2}AB\cdot y_B=\frac{1}{2}\times\left(b-\frac{kb}{9}\right)\times\frac{9}{b}$，解得 $k=3$.

17.【关键点拨】熟练掌握待定系数法是解题的关键.

18.【关键点拨】熟练掌握相似三角形的判定和性质是解题的关键.

19.【关键点拨】熟练掌握位似图形的作法和位似图形的性质是解答本题的关键.

20.【关键点拨】解答本题的关键是从图象中获取信息求出函数关系式.

21.【关键点拨】本题考查了一次函数与反比例函数图象的交点问题，根据交点坐标满足两个函数关系式，求出点的坐标及两函数关系式是解题关键.

22.【关键点拨】灵活运用方程思想是解决本题的关键.

卷⑥ 第二十八章基础诊断卷（A 卷）

答案及评分细则

快速对答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	B	D	A	D	B	C	A	B	B

轻松评分数

上分攻略 评分细则

11. $\frac{2}{3}$ **12.** $\frac{4}{5}$ **13.** $2\sqrt{5}$

14. 75° **15.** $\sqrt{5}$ **16.** $\frac{4}{3}$

17.【解】(1) $\tan 45°-\sin 30°\cos 60°-\cos^2 45°$

$=1-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$ ………………（3 分）

$=1-\frac{1}{4}-\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{4}$. ………………………………（4 分）

(2) $3\tan 30°-\tan^2 45°+2\sin 60°$

$=3\times\frac{\sqrt{3}}{3}-1^2+2\times\frac{\sqrt{3}}{2}$ ………………（7 分）

$=\sqrt{3}-1+\sqrt{3}$

$=2\sqrt{3}-1$. ……………………………（8 分）

规避失分点

17. 直接写出计算结果不得分，必须有计算的步骤.

18.【解】(1) ∵ 在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$a=9$，$c=15$，

∴ $b=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{15^2-9^2}=12$，……（2 分）

∴ $\tan A=\frac{a}{b}=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$，∴ $\angle A\approx 36.87°$，

则 $\angle B\approx 53.13°$.

综上，$b=12$，$\angle A\approx 36.87°$，$\angle B\approx 53.13°$.

………………………………………（5 分）

(2) ∵ 在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$\angle A=60°$，$a=\sqrt{5}$，∴ $\angle B=30°$，

∴ $c=\frac{a}{\cos B}=\frac{\sqrt{5}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{2\sqrt{15}}{3}$，

$b=a\cdot\tan B=\sqrt{5}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{15}}{3}$.

综上，$c=\frac{2\sqrt{15}}{3}$，$b=\frac{\sqrt{15}}{3}$，$\angle B=30°$.

………………………………………（10 分）

规避失分点

18. 必须指明在直角三角形中，否则扣 1 分.

规避失分点

18. 必须把要求的值都求出来，少求一个扣 1 分.

19. (1)【证明】∵ AD 是 BC 上的高，

∴ $AD\perp BC$，∴ $\angle ADB=90°$，$\angle ADC=90°$.

∵ 在 Rt△ABD 和 Rt△ADC 中，

$\tan B=\frac{AD}{BD}$，$\cos\angle DAC=\frac{AD}{AC}$，………（3 分）

$\tan B=\cos\angle DAC$，

∴ $\frac{AD}{BD}=\frac{AD}{AC}$，

∴ $AC=BD$. …………………………（5 分）

(2)【解】在 Rt△ADC 中，$\sin C=\frac{AD}{AC}=\frac{12}{13}$，故可设 $AD=12k$，则 $AC=13k$，∴ $CD=\sqrt{AC^2-AD^2}=5k$. ………………（7 分）

∵ $BC=BD+CD$，$AC=BD$，∴ $BC=13k+5k=18k$. 又∵ $BC=12$，∴ $18k=12$，∴ $k=\frac{2}{3}$，

∴ $AD=12k=12\times\frac{2}{3}=8$. ………（10 分）

找准关键点

19. (1) 根据三角形高的性质得到△ABD 和△ADC 是直角三角形是关键得分点.

找准采分点

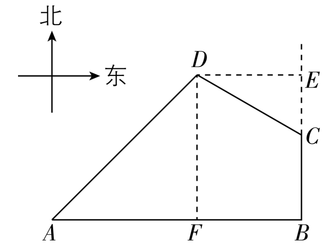
19. (2) 根据 $\sin C=\frac{AD}{AC}=\frac{12}{13}$，设出 $AD=12k$，从而得到 $AC=13k$ 得 1 分.

20.【解】(1) 如图，过点 D 作 $DE\perp BC$ 交 BC 的延长线于点 E，则 $\angle DCE=60°$，

∴ $DE=CD\cdot\sin 60°=2\ 000\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\ 000$（米），

∴ 点 D 到直线 BC 的距离为 3 000 米.

……………………………………（5 分）



(2) 乙能收到甲的呼叫信号. 理由如下：如图，过点 D 作 $DF\perp AB$ 于点 F，

∴ 四边形 $BEDF$ 是矩形，

∴ $BF=DE=3\ 000$ 米. ……………（7 分）

∵ $\angle DAF=90°-45°=45°$，

∴ $AF=DF=AB-BF=7\ 000-3\ 000=4\ 000$（米），

∴ $AD=\sqrt{2}AF=4\ 000\sqrt{2}\approx 5\ 656$（米）.

……………………………………（10 分）

∵ 对讲机信号覆盖半径是 6 000 米，6 000>5 656，∴ 乙能收到甲的呼叫信号.

……………………………………（12 分）

找准采分点

20. (1) 正确作出辅助线得 1 分.

找准关键点

20. (2) 根据四边形 $BEDF$ 是矩形得到 $BF=DE=3\ 000$ 米是关键得分点.

21.【解】(1) 根据题意得 $\beta=90°-\alpha$.

……………………………………（2 分）

(2) 设 $AD=x$ m.

∵ $\angle ACD=45°$，$\angle ADB=90°$，

∴ $CD=AD=x$ m. …………………（4 分）

∵ $BC=20$ m，∴ $BD=(20+x)$ m.

在 Rt△ABD 中，$\tan\angle ABD=\frac{AD}{BD}$，

∴ $\tan 37°=\frac{x}{20+x}$，即 $0.75=\frac{x}{20+x}$，

解得 $x=60$.

经检验，$x=60$ 是分式方程的解，

∴ 气球 A 离地面的高度 AD 是 60 m.

……………………………………（12 分）

规避失分点

21. (2) 没有检验过程扣 1 分.

22. (1)【解】由题图可知，$\sin^2A_1+\sin^2B_1=\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=1$，$\sin^2A_2+\sin^2B_2=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=1$，$\sin^2A_3+\sin^2B_3=\left(\frac{3}{5}\right)^2+\left(\frac{4}{5}\right)^2=1$. 观察上述等式，猜想：在 Rt△$ABC$ 中，$\angle C=90°$，都有 $\sin^2A+\sin^2B=1$，故答

找准采分点

22. (1) 本小问每空 1 分.

答案及评分细则

案为 1,1,1,1. …………………… (4 分)

(2)【证明】在 Rt△ABC 中,∵ $\sin A=\frac{a}{c}$, $\sin B=\frac{b}{c}$,

∴ $\sin^2A+\sin^2B=\frac{a^2+b^2}{c^2}$. …………… (6 分)

∵ $\angle C=90°$,∴ $a^2+b^2=c^2$,

∴ $\sin^2A+\sin^2B=1$. …………………… (9 分)

(3)【解】∵ $\angle A+\angle B=90°$,∴ $\angle C=90°$.

∵ $\sin A=\frac{5}{13}$,$\sin^2A+\sin^2B=1$,

∴ $\sin B=\sqrt{1-\left(\frac{5}{13}\right)^2}=\frac{12}{13}$. ……… (14 分)

上分攻略 评分细则

找准关键点

22.(2)根据锐角三角函数的定义得出 $\sin A=\frac{a}{c}$, $\sin B=\frac{b}{c}$ 是关键得分点.

上分解析

1. C 【解析】$\sin 30°=\frac{1}{2}$. 故选 C.

2. B 【解析】根据题意,得 $\cos A=\frac{AC}{AB}=\frac{2}{3}$,故选 B.

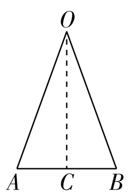
3. D

4. A 【解析】在 Rt△ABC 中,$\angle B=90°$,∴ $\cos A=\frac{AB}{AC}$. ∵ $\angle A=\alpha$,$AB=4$,∴ $AC=\frac{AB}{\cos A}=\frac{4}{\cos\alpha}$. 故选 A.

上分心得 | 直角三角形中边角之间的关系

$\sin A=\frac{\angle A\text{ 的对边}}{\text{斜边}}=\frac{a}{c}$,$\cos A=\frac{\angle A\text{ 的邻边}}{\text{斜边}}=\frac{b}{c}$,$\tan A=\frac{\angle A\text{ 的对边}}{\angle A\text{ 的邻边}}=\frac{a}{b}$(在 Rt△$ABC$ 中,$\angle C=90°$,a,b,c 分别是 $\angle A,\angle B,\angle C$ 的对边).

5. D 【解析】

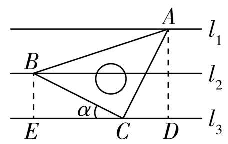
构造直角三角形	如图,过点 O 作 $OC\perp AB$ 于点 C. ∵ $OA=OB$,∴ $AC=BC=\frac{1}{2}AB$ 
解直角三角形	在 Rt△OAC 中,$OA=a$,$\angle OAB=70°$,$\cos\angle OAB=\frac{AC}{OA}$,∴ $AC=OA\cdot\cos\angle OAB=a\cdot\cos 70°$
求 AB 的长	∴ $AB=2AC=2a\cdot\cos 70°$,故选 D

上分警示 | 求线段的长

在本题中,通过作辅助线和解直角三角形得到的是 AC 的长度,要再乘 2 才是 AB 的长度.

6. B 【解析】因为题中给出 AC 和 BC 的长,所以可先用勾股定理求出 AB 的长,或求出 $\angle A$(或 $\angle B$)的正切值,进而得出 $\angle A$(或 $\angle B$)的度数. B 选项将④放在第一步,此时还未求出 AB 的值,所以 B 选项的排序错误. 故选 B.

7. C 【解析】

构造 $\angle\alpha$ 所在的直角三角形	如图,过点 A 作 $AD\perp l_3$ 于 D,过点 B 作 $BE\perp l_3$ 于 E 
一线三垂直模型证明全等	∵ $AD\perp l_3$,$BE\perp l_3$,$AC\perp CB$,∴ $\angle ADC=\angle BEC=\angle ACB=90°$,∴ $\angle CAD+\angle ACD=90°$,$\angle BCE+\angle ACD=90°$,∴ $\angle CAD=\angle BCE$. 在 △ACD 和 △CBE 中,$\begin{cases}\angle ADC=\angle BEC,\\ \angle CAD=\angle BCE,\\ AC=BC,\end{cases}$ ∴ △ACD≌△CBE(AAS)
计算函数值	设 l_1,l_2,l_3 间的距离为 1,则 $CE=AD=2$. 在 Rt△BCE 中,$BC=\sqrt{BE^2+CE^2}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$,∴ $\cos\alpha=\frac{CE}{BC}=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$. 故选 C

8. A 【解析】过 D 作 $DH\perp EF$ 于 H,则四边形 $DCEH$ 是矩形,∴ $HE=CD=10$,$CE=DH$,∴ $FH=x-10$. ∵ $\angle FDH=\alpha=45°$,∴ $DH=FH=x-10$,∴ $CE=x-10$. ∵ $\tan\beta=\tan 50°=\frac{EF}{CE}=\frac{x}{x-10}$,∴ $x=(x-10)\cdot\tan 50°$,故选 A.

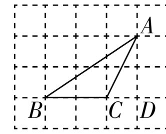
9. B 【解析】由题意可得,$\cos 75°=\cos(30°+45°)=\cos 30°\cos 45°-\sin 30°\sin 45°=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{6}}{4}-\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$,故选 B.

10. B 【解析】过点 C 作 $CD\perp x$ 轴于点 D,作 $CE\perp y$ 轴于点 E. ∵ $\angle ACB=90°$,$\angle AOB=90°$,∴ $\angle OBC+\angle OAC=180°$. ∵ $\angle EAC+\angle OAC=180°$,∴ $\angle EAC=\angle OBC$,∴ $\cos\angle EAC=\cos\angle OBC$. ∵ $AC=10$,$\cos\angle OBC=\frac{3}{5}$,∴ $\cos\angle EAC=\frac{EA}{AC}=\frac{3}{5}$,∴ $EA=6$,∴ $EC=\sqrt{AC^2-EA^2}=8$,∴ $OD=EC=8$. ∵ $OB=17$,∴ $BD=9$. ∵ $\cos\angle OBC=\frac{BD}{CB}=\frac{3}{5}$,∴ $CB=15$,∴ $CD=\sqrt{CB^2-DB^2}=\sqrt{15^2-9^2}=12$,∴ $C(8,12)$. 故选 B.

上分点拨 | 求点的坐标

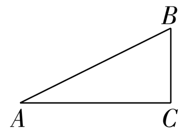
过所求点向坐标轴作垂线,然后求出相关的线段长,是解决这类问题的基本方法.

11. $\frac{2}{3}$ 【解析】设每个小正方形的边长均为 1. 如图,过点 A 作 $AD\perp BC$ 交 BC 的延长线于点 D. ∵ 在 Rt△ABD 中,$BD=3$,$AD=2$,∴ $\tan B=\frac{AD}{BD}=\frac{2}{3}$. 故答案为 $\frac{2}{3}$.



12. $\frac{4}{5}$ 【解析】∵ $\angle C=90°$,$\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{4}{5}$,∴ $\cos B=\frac{BC}{AB}=\frac{4}{5}$. 故答案为 $\frac{4}{5}$.

13. $2\sqrt{5}$ 【解析】如图,由题意得 $AC=4$ 米,$BC:AC=1:2$,∴ $BC=2$ 米. 由勾股定理得 $AB=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$(米),即相邻两树间的坡面距离为 $2\sqrt{5}$ 米,故答案为 $2\sqrt{5}$.



14. 75° 【解析】由题意得 $2\sin A-\sqrt{2}=0$,$\tan B-\sqrt{3}=0$,∴ $\sin A=\frac{\sqrt{2}}{2}$,$\tan B=\sqrt{3}$. ∵ $\angle A$,$\angle B$ 都是锐角,∴ $\angle A=45°$,$\angle B=60°$,∴ $\angle C=180°-60°-45°=75°$. 故答案为 75°.

15. $\sqrt{5}$ 【解析】过点 A 作 $AM\perp CE$,垂足为 M,则 $\angle AMC=90°$. ∵ $\angle ACB=90°$,∴ $\angle ACB=\angle AMC$. ∵ $CE/\!/BD$,∴ $\angle BDC=\angle ACM$. 在 △BCD 和 △AMC 中,$\begin{cases}\angle ACB=\angle AMC,\\ \angle BDC=\angle ACM,\\ BD=AC,\end{cases}$ ∴ △BCD≌△AMC(AAS),∴ $AM=BC=2$. 在 Rt△AME 中,$\tan E=\frac{AM}{ME}=2$,∴ $ME=1$,∴ $AE=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$. 故答案为 $\sqrt{5}$.

16. $\frac{4}{3}$ 【解析】过 D 作 $DG\perp AB$ 于 G,过 P 作 $PH\perp DG$ 交 GD 的延长线于 H,则四边形 $BFDG$ 是矩形,∴ $DG=BF=12$,$BG=DF=16$. 由题图可知 $\angle BDG=\angle PDH=\alpha$,$\angle CDG=\beta$. ∵ $BC=7$,∴ $CG=9$,∴ $CD=\sqrt{CG^2+DG^2}=\sqrt{9^2+12^2}=15$,$BD=\sqrt{BF^2+DF^2}=\sqrt{12^2+16^2}=20$,∴ 折射率 $n=\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{\frac{BG}{BD}}{\frac{CG}{CD}}=\frac{\frac{16}{20}}{\frac{9}{15}}=\frac{4}{3}$,故答案为 $\frac{4}{3}$.

上分点拨 | 解直角三角形的应用

通过题意,将求折射率的问题转化为求正弦值的问题,再求相关线段长度即可.

17.【关键点拨】本题考查了特殊角的三角函数值，熟练掌握特殊角的三角函数值是解题的关键.

18.【思路分析】(1)由勾股定理求得 $b=12$，再由 $\tan A=\frac{3}{4}$ 得 $\angle A\approx 36.87°$，则 $\angle B\approx 53.13°$；(2)由 $\angle C=90°$，$\angle A=60°$ 可得 $\angle B=30°$，则 $c=\frac{a}{\cos B}=\frac{2\sqrt{15}}{3}$，$b=a\cdot\tan B=\frac{\sqrt{15}}{3}$.

19.【思路分析】(1)由于 $\tan B=\cos\angle DAC$，所以可根据正切和余弦的概念证明 $AC=BD$；(2)根据已知可设 $AD=12k$，则 $AC=13k$，再利用线段间的数量关系即可求出 AD 的长.

20.【关键点拨】本题考查了解直角三角形的应用——方位角问题，正确地作出辅助线是解题的关键.

21.【关键点拨】解题的关键是理解题意，灵活运用方程思想.

22.【思路分析】(1)根据正弦的定义，得出结果，即可想到在 Rt$\triangle ABC$ 中，若 $\angle C=90°$，则有 $\sin^2A+\sin^2B=1$；(2)利用锐角三角函数的定义得出 $\sin A=\frac{a}{c}$，$\sin B=\frac{b}{c}$，则 $\sin^2A+\sin^2B=\frac{a^2+b^2}{c^2}$，再根据勾股定理得到 $a^2+b^2=c^2$，从而证明 $\sin^2A+\sin^2B=1$；(3)利用关系式 $\sin^2A+\sin^2B=1$，结合已知条件 $\sin A=\frac{5}{13}$ 进行求解.

第二十八章　对点上分

上分解析

基础上分

1. C　【解析】在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\sin A=\frac{4}{5}$，$\therefore\frac{BC}{AB}=\frac{4}{5}$. $\because BC=4$，$\therefore AB=5$. 故选 C.

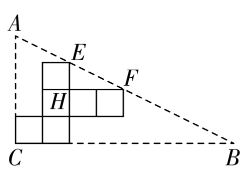
2. B　【解析】$\because\angle C=90°$，$BC=6$，$AB=10$，$\therefore AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$，$\therefore\tan B=\frac{AC}{BC}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$. 故选 B.

3. A　【解析】在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AB=2BC$，$\therefore AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{(2BC)^2-BC^2}=\sqrt{3}BC$，$\therefore\cos A=\frac{AC}{AB}=\frac{\sqrt{3}BC}{2BC}=\frac{\sqrt{3}}{2}$. 故选 A.

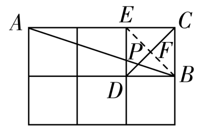
4. A　【解析】在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle B=90°$，$AB=12$，$AC=13$，$\therefore BC=\sqrt{13^2-12^2}=5$，$\therefore\sin A=\frac{BC}{AC}=\frac{5}{13}$. 故选 A.

5. >　【解析】由"一个锐角的正弦值随着角度的增大而增大"可知，$\sin 80°>\sin 50°$. 故答案为>.

6. $\frac{1}{2}$　【解析】如图，由题意得 $FH\parallel BC$，$\therefore\angle B=\angle EFH$. 设小正方形的边长为 1，则 $EH=1$，$FH=2$，$\therefore\tan B=\tan\angle EFH=\frac{EH}{FH}=\frac{1}{2}$. 故答案为 $\frac{1}{2}$.



7. 2　【解析】如图，连接 BE 交 CD 于点 F. $\because$ 四边形 $BCED$ 是正方形，$\therefore DF=CF=\frac{1}{2}CD$，$BF=\frac{1}{2}BE$，$CD=BE$，$CD\perp BE$，$\therefore BF=CF$. 设小正方形的边长为 1，则 $BD=1$，$AC=3$. 根据题意得 $AC\parallel BD$，$\therefore\triangle ACP\backsim\triangle BDP$，$\therefore\frac{DP}{CP}=\frac{BD}{AC}=\frac{1}{3}$，$\therefore\frac{DP}{DF}=\frac{1}{2}$，$\therefore DP=PF=\frac{1}{2}CF=\frac{1}{2}BF$. 在 Rt$\triangle PBF$ 中，$\tan\angle BPF=\frac{BF}{PF}=2$. $\because\angle APD=\angle BPF$，$\therefore\tan\angle APD=2$. 故答案为 2.



8. B　【解析】$\because a=\tan 30°=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$b=\cos 60°=\frac{1}{2}$，$c=\sin 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$，且 $\frac{\sqrt{2}}{2}>\frac{\sqrt{3}}{3}>\frac{1}{2}$，$\therefore c>a>b$. 故选 B.

9. C　【解析】$\because\sin(A+15°)=\frac{\sqrt{3}}{2}$，且 $\angle A$ 是锐角，$\therefore\angle A+15°=60°$，$\therefore\angle A=45°$，$\therefore\tan A=\tan 45°=1$. 故选 C.

10. A　【解析】$\because\sin 30°=\frac{1}{2}$，$\sin A=\frac{1}{3}$，$\frac{1}{3}<\frac{1}{2}$，且 $\angle A$ 是锐角，$\therefore 0°<\angle A<30°$，故选 A.

11. 直角　【解析】$\because\angle A$ 和 $\angle B$ 都是锐角，且 $\cos\frac{A+B}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\therefore\frac{\angle A+\angle B}{2}=45°$，$\therefore\angle A+\angle B=90°$，$\therefore\angle C=180°-(\angle A+\angle B)=90°$. 故答案为直角.

12. 90　【解析】$\because\left|\sin B-\frac{1}{2}\right|+(\tan A-\sqrt{3})^2=0$，$\therefore\sin B=\frac{1}{2}$，$\tan A=\sqrt{3}$. $\because\angle A$ 和 $\angle B$ 都是锐角，$\therefore\angle B=30°$，$\angle A=60°$，$\therefore\angle C=180°-30°-60°=90°$. 故答案为 90.

13.【解】(1)原式 $=\frac{1}{2}-2\times\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}-2\times\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}-1+\frac{1}{4}-\frac{1}{2}=-\frac{3}{4}$.

(2)原式 $=(-1)^{2023}-\sqrt{3}\div\frac{\sqrt{3}}{2}=-1-\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=-1-2=-3$.

(3)原式 $=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{2}{1-\sqrt{3}}-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\sqrt{3}-\sqrt{3}-1-\frac{3}{4}=-\frac{7}{4}$.

(4)原式 $=-\frac{1}{2}\times\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}-\left(\sqrt{3}-\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=-\sqrt{3}$.

14.【解】(1)$\because\sin A=\frac{a}{c}$，$\cos A=\frac{b}{c}$，$\therefore\sin^2A+\cos^2A=\frac{a^2+b^2}{c^2}$. $\because a^2+b^2=c^2$，$\therefore\sin^2A+\cos^2A=1$. 故答案为 $\frac{a}{c}$，$\frac{b}{c}$，$\frac{a^2+b^2}{c^2}$.

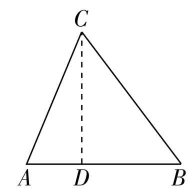
(2)①$\because\angle\alpha$ 为锐角，$\sin\alpha=\frac{4}{5}$，$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$，$\therefore\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2}=\frac{3}{5}$.

②$\because\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{3}{2}$，$\therefore(\sin\alpha+\cos\alpha)^2=\frac{9}{4}$，$\therefore\sin^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha=\frac{9}{4}$. $\because\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$，$\therefore 1+2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{9}{4}$，$\therefore\sin\alpha\cos\alpha=\frac{5}{8}$.

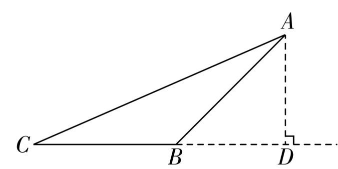
15. B　【解析】设 AD 的长为 x，则 CD 的长为 $12-x$. 因为 DE 垂直平分 AB，所以 $BD=AD=x$. 在 Rt$\triangle BCD$ 中，$BC^2+CD^2=BD^2$，即 $(2\sqrt{6})^2+(12-x)^2=x^2$，解得 $x=7$，则 $12-x=5$，所以 $\cos\angle BDC=\frac{CD}{BD}=\frac{5}{7}$. 故选 B.

16.【解】$\because\angle C=90°$，$\angle B=60°$，$\therefore\angle A=90°-\angle B=30°$. $\because\sin B=\frac{BC}{AB}=\frac{1}{2}$，$\tan B=\frac{AC}{BC}=\sqrt{3}$，$BC=8$，$\therefore AB=16$，$AC=8\sqrt{3}$.

17. $\frac{12}{13}$　【解析】如图，过点 C 作 $CD\perp AB$ 于点 D，则 $\angle CDA=\angle CDB=90°$. 设 $AD=x$，则 $BD=14-x$，由勾股定理得 $CD^2=AC^2-AD^2=13^2-x^2$，$CD^2=BC^2-BD^2=15^2-(14-x)^2$，则 $13^2-x^2=15^2-(14-x)^2$，解得 $x=5$，$\therefore AD=5$，$\therefore CD=\sqrt{AC^2-AD^2}=\sqrt{13^2-5^2}=12$，$\therefore\sin A=\frac{CD}{AC}=\frac{12}{13}$. 故答案为 $\frac{12}{13}$.

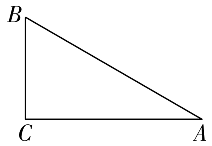


18.【解】过点 A 作 CB 的垂线，交 CB 的延长线于点 D，如图. $\because\angle ABC=135°$，$\therefore\angle ABD=45°$，$\therefore AD=BD$. 在 Rt$\triangle ABD$ 中，$\sin 45°=\frac{AD}{AB}=\frac{\sqrt{2}}{2}$. $\because AB=2\sqrt{2}$，$\therefore AD=2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=2$，$\therefore BD=2$. 在 Rt$\triangle ACD$ 中，$\sin C=\frac{AD}{AC}=\frac{2}{5}$，$\therefore AC=5$. 由勾股定理得 $CD=\sqrt{AC^2-AD^2}=\sqrt{25-4}=\sqrt{21}$，$\therefore BC=CD-BD=\sqrt{21}-2$.



19. 50　【解析】如图，假设从点 A 出发，沿上山直道前进 100 米到达点 B，则

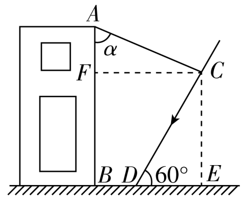
AC 的长为前进的水平距离，BC 的长为上升的高度.



∵ 上山直道的坡度为 $1:\sqrt{3}$，∴ $\tan A=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

∴ $\angle A=30°$，∴ $BC=\frac{1}{2}AB=50$ 米. 故答案为 50.

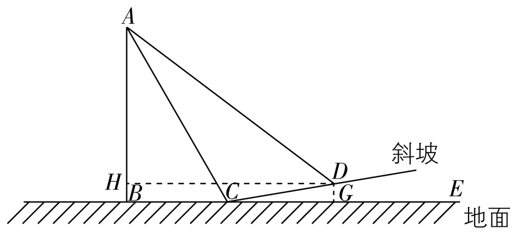
20. 0.7 【解析】过点 C 作 $CF\perp AB$ 于点 F，$CE\perp BD$ 交 BD 的延长线于点 E，如图. ∵ $AC=2.6$ 米，$\cos\alpha=\frac{5}{13}$，$\angle AFC=90°$，$AB=4$ 米，∴ $AF=AC\cdot\cos\alpha=2.6\times\frac{5}{13}=1$（米），∴ $CF=\sqrt{AC^2-AF^2}=\sqrt{2.6^2-1^2}=2.4$（米），$BF=AB-AF=4-1=3$（米）. ∵ $\angle CFB=\angle FBE=\angle CEB=90°$，∴ 四边形 $CFBE$ 为矩形，∴ $CE=BF=3$ 米，$BE=CF=2.4$ 米. ∵ $\angle CDE=60°$，$\angle CED=90°$，∴ $DE=\frac{CE}{\tan 60°}=\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$（米），∴ $BD=BE-DE=2.4-\sqrt{3}\approx2.4-1.73\approx0.7$（米）. 故答案为 0.7.



21.【解】(1) 在 Rt△ABC 中，$BC=20\sqrt{3}$ 米，$\angle ACB=60°$，∴ $AB=BC\cdot\tan\angle ACB=20\sqrt{3}\times\sqrt{3}=60$（米）.

答：高楼 AB 的高度为 60 米.

(2) 如图，过点 D 作 $DG\perp BE$ 于点 G，$DH\perp AB$ 于点 H.



由题意得 $\angle ABC=90°$，∴ 四边形 $HBGD$ 为矩形，∴ $BH=DG$，$DH=BG$. 设 $DG=x$ 米，则 $AH=AB-BH=(60-x)$ 米. ∵ 斜坡 CD 的坡度为 $1:6$，∴ $\frac{DG}{CG}=\frac{1}{6}$，∴ $CG=6x$ 米，∴ $BG=BC+CG=(20\sqrt{3}+6x)$ 米. 在 Rt△AHD 中，$\tan\angle ADH=\frac{AH}{DH}$，$\angle ADH=37°$，∴ $60-x=0.75(20\sqrt{3}+6x)$，解得 $x=\frac{120-30\sqrt{3}}{11}\approx6.2$.

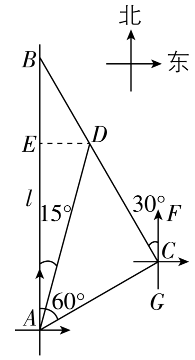
答：点 D 到地面 BE 的距离约为 6.2 米.

22.【解】(1) 如图，由题可得 $\angle BAD=15°$，$\angle BAC=60°$，$\angle BCF=30°$，$AB\parallel FG$，∴ $\angle ACG=\angle BAC=60°$，$\angle ABC=\angle BCF=30°$，$\angle DAC=\angle BAC-\angle BAD=45°$，∴ $\angle ACB=90°$. 故答案为 45，90.

(2) 在 Rt△ABC 中，$AB=24$ 千米，$\angle ABC=30°$，∴ $AC=\frac{1}{2}AB=12$ 千米. 在 Rt△ACD 中，$\angle DAC=45°$，∴ $AC=CD=12$ 千米，∴ $AD=\sqrt{2}AC=12\sqrt{2}$ 千米.

答：码头 A 到 D 处的距离 AD 为 $12\sqrt{2}$ 千米.

(3) 过点 D 作 $DE\perp AB$ 于点 E，如图. ∵ $AB=24$ 千米，$\angle BAC=60°$，∴ $BC=AB\cdot\sin 60°=24\times\frac{\sqrt{3}}{2}=12\sqrt{3}$（千米）. ∵ $CD=12$ 千米，∴ $BD=BC-CD=(12\sqrt{3}-12)$ 千米. 在 Rt△BDE 中，$\angle ABC=30°$，∴ $DE=\frac{1}{2}BD=(6\sqrt{3}-6)$ 千米.

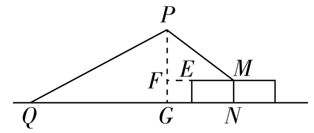


答：输油管道的最短长度是 $(6\sqrt{3}-6)$ 千米.

重难上分

上分专题（五） 解直角三角形在实际应用中的模型

1.【解】(1) 过点 P 作 $PG\perp QN$，垂足为 G，延长 ME 交 PG 于点 F，如图. 由题易得 $MF\perp PG$，$MF=GN$，$FG=MN=1$ m. 在 Rt△PFM 中，$\angle PMF=37°$，$PM=5$ m，∴ $PF=PM\cdot\sin 37°\approx5\times\frac{3}{5}=3$(m)，∴ $PG=PF+FG=3+1=4$(m)，



∴ 点 P 到 QN 所在直线的距离约为 4 m.

(2) ∵ $\angle PMF=37°$，$\angle PFM=90°$，∴ $\angle MPF=53°$. ∵ $\angle MPQ=113°$，∴ $\angle QPG=113°-53°=60°$. 由(1)得 $PG=4$ m，∴ $QG=PG\cdot\tan 60°=4\times\sqrt{3}=4\sqrt{3}$(m). ∵ $PM=5$ m，$PF=3$ m，∴ $GN=FM=\sqrt{PM^2-PF^2}=4$ m，∴ $QN=QG+NG=(4\sqrt{3}+4)$m.

2.【解】(1) 在 Rt△ABD 中，$\angle ABD=45°$，$AB=6\sqrt{2}$ m，

∴ $AD=\frac{\sqrt{2}}{2}AB=6$ m. 在 Rt△ACD 中，$\angle ACD=30°$，∴ $AC=2AD=12$ m，

即新传送带 AC 的长度为 12 m. 故答案为 12.

(2) 不需要. 理由如下：在 Rt△ACD 中，$\angle ACD=30°$，

∴ $CD=AC\cdot\cos\angle ACD=6\sqrt{3}$ m.

在 Rt△ABD 中，$\angle ABD=45°$，∴ $BD=AD=6$ m，

∴ $BC=CD-BD=(6\sqrt{3}-6)$m，∴ $PC=BP-BC=6\sqrt{3}-(6\sqrt{3}-6)=6$(m).

∵ $6>5$，∴ 展板 QP 不需要挪走.

3.【解】(1) 由题意知 $\angle ADC=37°$. ∵ $\angle ACD=90°$，$\tan\angle ADC=\frac{AC}{CD}$，

∴ $CD=\frac{AC}{\tan 37°}\approx\frac{90}{0.75}=120$(m).

答：C，D 两点之间的距离约为 120 m.

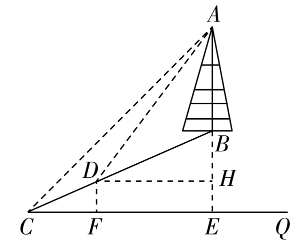
(2) 由题意知 $\angle ABC=20°$. ∵ $\angle ACB=90°$，$\tan\angle ABC=\frac{AC}{BC}$，

∴ $BC=\frac{AC}{\tan 20°}\approx\frac{90}{0.36}=250$(m).

由(1)知 $CD=120$ m，∴ $BD=BC-CD=250-120=130$(m).

答：B，D 两点之间的距离约为 130 m.

4.【解】(1) 过点 D 作 $DF\perp CQ$，垂足为 F，如图.



∵ 斜坡 CB 的坡度 $i=1:2.4$，∴ $\frac{DF}{CF}=\frac{1}{2.4}=\frac{5}{12}$，

∴ 设 $DF=5x$ 米，则 $CF=12x$ 米.

在 Rt△CDF 中，$CD=26$ 米，$CD^2=CF^2+DF^2$，

∴ $26^2=(12x)^2+(5x)^2$，

解得 $x=2$（负值已舍去），

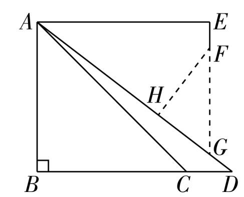
∴ $DF=5\times2=10$（米），∴ 点 D 到水平地面 CQ 的距离为 10 米.

(2) 延长 AB 交 CQ 于点 E，过点 D 作 $DH\perp AE$，垂足为 H，如图，则易得 $DF=HE=10$ 米，$DH=FE$. 设 $DH=FE=y$ 米. 由(1)得 $CF=12\times2=24$（米），∴ $CE=CF+EF=(24+y)$ 米. 在 Rt△ADH 中，$\angle ADH=53°$，∴ $AH=DH\cdot\tan 53°\approx\frac{4}{3}y$ 米，∴ $AE=AH+HE=\left(\frac{4}{3}y+10\right)$ 米. 在 Rt△ACE 中，$\angle ACE=45°$，∴ $AE=CE$，∴ $\frac{4}{3}y+10=24+y$，解得 $y=42$，∴ $DH=FE=42$ 米，$AH=\frac{4}{3}\times42=56$（米）. ∵ 斜坡 CB 的坡度 $i=1:2.4$，∴ $\frac{BH}{DH}=\frac{1}{2.4}$，∴ $BH=17.5$ 米，∴ $AB=AH-BH=56-17.5=38.5$（米），∴ 通讯塔 AB 的高度约为 38.5 米.

5.【解】(1) 在 Rt△ABC 中，斜坡 AC 的坡度为 $1:1$，$AB=5$ m，∴ $BC=AB=5$ m. 在 Rt△ABD 中，$\angle ADB=37°$，$\tan\angle ADB=\frac{AB}{BD}$，∴ $BD=\frac{AB}{\tan\angle ADB}=\frac{5}{\tan 37°}\approx\frac{5}{\frac{3}{4}}=\frac{20}{3}$(m)，∴ $CD=BD-BC=\frac{20}{3}-5=\frac{5}{3}\approx1.7$(m).

答：斜坡底部增加的长度 CD 约为 1.7 m.

(2) 一辆高度为 3 m 的货车沿斜坡 AD 驶入车库，行进中不会碰到广告牌的下端 F. 理由如下：如图，延长 EF 交 AD 于 G，过 F 作 $FH\perp AD$ 于 H. ∵ $EF\perp BD$，$AE\parallel BD$，∴ $\angle AEG=90°$，$\angle EAG=\angle ADB=37°$. ∵ $\tan\angle EAG=\frac{EG}{AE}$，$AE=6$ m，∴ $EG=AE\cdot\tan 37°\approx6\times\frac{3}{4}=\frac{9}{2}$(m)，∴ $FG=EG-EF=\frac{9}{2}-0.5=4$(m). ∵ $\angle FGH=90°-\angle EAG=90°-\angle HFG$，∴ $\angle EAG=\angle HFG=37°$. 在 Rt△$FGH$ 中，$\cos\angle HFG=\frac{FH}{FG}$，∴ $FH=FG\cdot\cos 37°\approx4\times\frac{4}{5}=\frac{16}{5}=3.2$(m). ∵ $3.2>3$，∴ 一辆高度为 3 m 的货车沿斜坡 AD 驶入车库，行进中不会碰到广告牌的下端 F.



6.【解】由题易得 $DE=AB=20$ 米，$EF=BC=40$ 米，∴ $DF=DE+EF=20+40=60$（米）. 在 Rt△DFG 中，$FG=DF\cdot\tan 30°=60\times\frac{\sqrt{3}}{3}=20\sqrt{3}\approx$

34. 6(米). 在 Rt$\triangle EFH$ 中, $FH=EF\cdot\tan 50°\approx 40\times 1.19=47.6$(米),

$\therefore GH=FH-FG=47.6-34.6=13$(米).

答:信号发射塔 GH 的高度约为 13 米.

卷⑦ 第二十八章提优验收卷(B卷)

答案及评分细则

快速对答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	D	C	A	B	A	A	D	B	C

轻松评分数

11. 10 **12.** $150\sqrt{3}$ **13.** $\sqrt{3}$ **14.** $(3+\sqrt{2})$

15. -2 或 10 **16.** $4-\dfrac{4\sqrt{5}}{5}\leqslant d\leqslant 6$

17.【解】(1)原式 $=\sqrt{3}\times\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}}-2\times\left|\dfrac{1}{2}-1\right|$

……………………………………(2分)

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+1-1$ …………………………(3分)

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. ……………………………………(4分)

(2)原式 $=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}+1\right)^2\times\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}-1\right)^2$ …(5分)

$=\left[\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}+1\right)\times\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}-1\right)\right]^2$ …………(6分)

$=\left(\dfrac{3}{4}-1\right)^2$ ……………………………(7分)

$=\dfrac{1}{16}$. ……………………………………(8分)

18.【解】(1)依题意得 $\angle BOE=45°$, $BE=8\sqrt{2}$ cm, $\angle BEO=90°$.

在 Rt$\triangle BEO$ 中, $OB=\dfrac{BE}{\sin 45°}=\dfrac{8\sqrt{2}}{\dfrac{\sqrt{2}}{2}}=16$(cm).

……………………………………(5分)

(2)延长 EO 交 CF 于 H. 依题意得 $\angle EOC=120°$, $OC=OB=16$ cm, $\angle CFD=90°$, $OE/\!/MN$, $\therefore HF=OD=2$ cm, $\angle CHO=90°$, $\angle COH=180°-\angle EOC=60°$.

上分攻略 评分细则

规避失分点

15. 只写"-2"或"10"不得分.

规避失分点

17. 无计算步骤直接写答案不得分.

找准关键点

18. (1)掌握 $\sin 45°=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 是解题的关键.

在 Rt$\triangle OCH$ 中, $CH=CO\cdot\sin 60°=16\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=8\sqrt{3}$(cm),

$\therefore CF=CH+HF=(8\sqrt{3}+2)$cm. …(10分)

19.【解】(1)$\because DE\perp BC$, $CD=5$, $\sin\angle BCD=\dfrac{3}{5}$, $\therefore\dfrac{DE}{CD}=\dfrac{3}{5}$,

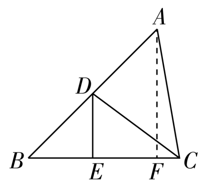
$\therefore DE=3$, $\therefore CE=\sqrt{CD^2-DE^2}=4$.

……………………………………(2分)

$\because\angle B=45°$, $\therefore DE=BE=3$,

$\therefore BC=BE+CE=3+4=7$. …………(5分)

(2)如图,过点 A 作 $AF\perp BC$ 于点 F,



$\therefore DE/\!/AF$, $\therefore\triangle BDE\backsim\triangle BAF$, $\therefore\dfrac{BD}{BA}=\dfrac{BE}{BF}=\dfrac{DE}{AF}$. $\because CD$ 是 AB 边上的中线, $\therefore AB=2DB$,

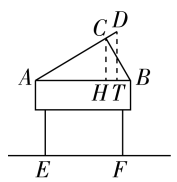
$\therefore AF=2DE$, $BF=2BE$. ……………(8分)

由(1)可知 $DE=BE=3$,

$\therefore AF=6$, $BF=6$, $\therefore CF=BC-BF=1$,

$\therefore\tan\angle ACB=\dfrac{AF}{CF}=6$. …………(10分)

20.【解】(1)如图,过点 C 作 $CH\perp AB$ 于点 H.



在 Rt$\triangle BCH$ 中, $BC=76$ cm, $\angle CBH=60°$,

$\therefore BH=BC\cdot\cos 60°=76\times\dfrac{1}{2}=38$(cm),

$CH=BC\cdot\sin 60°=76\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=38\sqrt{3}$(cm).

……………………………………(4分)

$\because AD=AB=148$ cm,

$\therefore AH=AB-BH=148-38=110$(cm),

$\therefore\tan\angle BAC=\dfrac{CH}{AH}=\dfrac{38\sqrt{3}}{110}\approx 0.6$,

$\therefore\angle BAC=31°$. …………………(8分)

(2)过点 D 作 $DT\perp AB$ 于点 T, 如图.

在 Rt$\triangle ADT$ 中, $\angle DAT=31°$,

找准关键点

18. (2)在 Rt$\triangle OCH$ 中利用锐角三角函数求出 CH 的长是关键得分点.

找准关键点

19. (1)根据锐角三角函数以及勾股定理求出 CE 的长是关键得分点.

找准采分点

19. (2)得出 $AF=2DE$, $BF=2BE$ 得3分.

找准关键点

20. (1)过点 C 作 $CH\perp AB$ 于点 H, 求出 CH, AH 的长度是关键得分点.

$\therefore DT=AD\cdot\sin 31°\approx 148\times 0.5=74$(cm).

$\because$ 钢琴的高度(即 AB 与 EF 间的距离)为 101 cm, $\therefore$ 此时点 D 与地面 EF 的距离为 $101+74=175$(cm). ……………(12分)

21.【解】(1)方案一无法计算出水城河两岸的宽度,理由如下:

$\because$ 方案一给出的数据为 CD 的长, $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 无法建立联系,无法得到 $\triangle ABC$ 的任意一边长度, $\therefore$ 方案一无法计算出水城河两岸的宽度. …………………(5分)

(2)(任选一种即可)选择方案二:

$\because\angle ACB=\angle ADB+\angle CBD$, $\angle ACB=60°$, $\angle ADB=30°$, $\therefore\angle ADB=\angle CBD=30°$,

$\therefore BC=CD=11.8$ m, ………………(9分)

$\therefore AB=BC\cdot\sin 60°=11.8\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\approx 10.2$(m).

故水城河两岸的宽度约为 10.2 m.

……………………………………(12分)

选择方案三:设 $AB=x$ m, 则 $AC=\dfrac{AB}{\tan 60°}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$ m, $AD=\dfrac{AB}{\tan 30°}=\sqrt{3}x$ m, …… (9分)

$\therefore\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+\sqrt{3}x=23.5$, 解得 $x\approx 10.2$, $\therefore AB\approx 10.2$ m. 故水城河两岸的宽度约为 10.2 m.

……………………………………(12分)

22.【解】(1)当等腰三角形的顶角为 60°时,底角也为 60°, 则此三角形为等边三角形,

$\therefore$ sad $60°=\dfrac{1}{1}=1$. 故答案为 1. …(3分)

(2)当$\angle A$接近 0°时, sad A 的值接近 0; 当$\angle A$接近 180°时,等腰三角形的底边长接近于腰长的 2 倍, 故 sad A 的值接近 2,

$\therefore$ 当 $0°<\angle A<180°$时, sad A 的取值范围是 $0<$ sad $A<2$. 故答案为 $0<$ sad $A<2$.

……………………………………(7分)

规避失分点

20. (2)不要忘记加上钢琴的高度.

规避失分点

21. (1)要写出理由,否则扣分.

找准采分点

21. (2)选择一种方案写过程即可,多写不会加分.

找准采分点

22. (1)填空题不写解题过程.

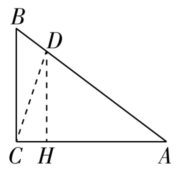
找准关键点

22. (2)求出$\angle A$接近 0°和 180°时等腰三角形底边长与腰长的比的接近值是解题的关键.

答案及评分细则

上分攻略 评分细则

（3）如图，在 Rt△ABC 的边 AB 上取点 D，使 $AD=AC$，连接 CD，作 $DH\perp AC$，垂足为 H，∴ $\angle DHA=\angle BCA=90°$．



∵ $\sin A=\frac{3}{5}=\frac{BC}{AB}$，∴ 设 $BC=3k(k>0)$，则 $AB=5k$，∴ $AD=AC=\sqrt{(5k)^2-(3k)^2}=4k$．

在 Rt△ADH 中，$DH=AD\cdot\sin A=4k\times\frac{3}{5}=\frac{12}{5}k$，∴ $AH=\sqrt{AD^2-DH^2}=\frac{16}{5}k$，

∴ $CH=AC-AH=\frac{4}{5}k$，∴ $CD=\sqrt{DH^2+CH^2}=\frac{4\sqrt{10}}{5}k$，∴ $\mathrm{sad}\,A=\frac{CD}{AD}=\frac{\sqrt{10}}{5}$．……（14 分）

找准关键点

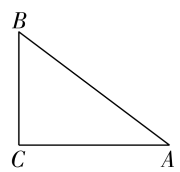
22.（3）作出 Rt△ABC，构造等腰三角形 ACD 是关键得分点．

上分解析

1. D 【解析】∵ 锐角的正切值只与锐角的大小有关，与所在直角三角形边的长短无关，∴ 若把 Rt△ABC 各边的长都缩小为原来的$\frac{1}{4}$，∠A 的大小不变，则∠A 的正切值不变．故选 D．

2. D 【解析】在△ABC 中，$\angle C=90°$，a,b,c 分别为∠A，∠B，∠C 的对边，则 $\sin B=\frac{b}{c}$，A 选项错误，不符合题意；$\cos B=\frac{a}{c}$，B 选项错误，不符合题意；$\tan B=\frac{b}{a}$，C 选项错误，不符合题意，D 选项正确，符合题意．故选 D．

3. C 【解析】如图，∵ Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{3}{5}$，∴ 令 $BC=3x(x>0)$，则 $AB=5x$，∴ $AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=4x$，∴ $\cos A=\frac{AC}{AB}=\frac{4}{5}$．故选 C．



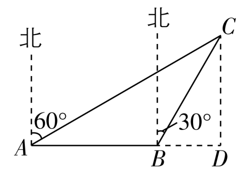
4. A 【解析】∵ 在△ABC 中，∠A，∠B 都是锐角，且 $\tan A=1$，$\cos B=\frac{1}{2}$，∴ $\angle A=45°$，$\angle B=60°$，∴ $\angle C=180°-45°-60°=75°$，则△$ABC$ 的形状是锐角三角形，故选 A．

5. B 【解析】∵ 此人爬了 1 000 m，且 $\alpha=30°$，∴ 他耗能 $1\ 000\times(1.025-\cos 30°)=1\ 000\times\left(1.025-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\approx159$(J)，故选 B．

6. A 【解析】∵ $\tan B=\frac{AC}{BC}$，$BC=8$，$\angle B=43°$，∴ $AC=BC\cdot\tan B=8\times\tan 43°$．故选 A．

7. A 【解析】∵ $\sin\angle CAB=\frac{BC}{AC}=\frac{4\sqrt{2}}{8}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，∴ $\angle CAB=45°$．∵ $\angle C'AC=15°$，∴ $\angle C'AB'=\angle CAB+\angle C'AC=60°$，∴ $\sin 60°=\frac{B'C'}{AC'}=\frac{B'C'}{8}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，∴ $B'C'=4\sqrt{3}$ m．故选 A．

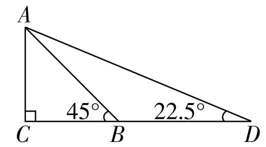
8. D 【解析】过点 C 作 $CD\perp AB$，交 AB 的延长线于点 D，如图．由题意得 $AB=30\times\frac{40}{60}=20$（海里），$\angle CAD=90°-60°=30°$，$\angle CBD=90°-30°=60°$．∵ ∠$CBD$ 是△ABC 的一个外角，∴ $\angle ACB=\angle CBD-\angle CAD=30°$，∴ $\angle CAD=\angle ACB=30°$，∴ $AB=BC=20$ 海里．在 Rt△CBD 中，$CD=BC\cdot\sin 60°=20\times\frac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}$（海里）．∵ $10\sqrt{3}>10$，∴ 如果这艘渔船继续向东航行，不会进入危险区．综上所述，A，B，C 选项中的说法都正确，D 选项中的说法错误．故选 D．



上分点拨｜方位角的问题

一般要根据题意理清图形中各角的关系，有时所给的方位角并不一定在直角三角形中，需要用到两直线平行，内错角相等或两角互余等知识将其转化为所需要的角．

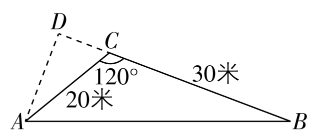
9. B 【解析】如图．在 Rt△ACB 中，$\angle C=90°$，$\angle ABC=45°$，延长 CB 使 $BD=AB$，连接 AD，得 $\angle D=22.5°$．设 $AC=1$，则 $BC=1$，$AB=BD=\sqrt{2}$，∴ $\tan 22.5°=\frac{AC}{CD}=\frac{1}{1+\sqrt{2}}=\sqrt{2}-1$，故选 B．



10. C 【解析】设 $AE=a$，$DE=b$，则 $BF=a$，$AF=b$．∵ $\tan\alpha=\frac{a}{b}$，$\tan\beta=\frac{a}{b-a}$，$\tan\alpha=\tan^2\beta$，∴ $\frac{a}{b}=\left(\frac{a}{b-a}\right)^2$，∴ $(b-a)^2=ab$，∴ $a^2+b^2=3ab$．∵ $a^2+b^2=AD^2=S_{正方形ABCD}$，$(b-a)^2=S_{正方形EFGH}$，∴ $S_{正方形EFGH}:S_{正方形ABCD}=ab:3ab=1:3$．∵ $S_{正方形EFGH}:S_{正方形ABCD}=1:n$，∴ $n=3$．故选 C．

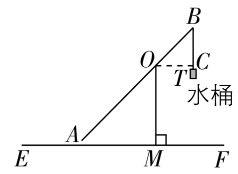
11. 10 【解析】在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{4}{5}$，∵ $BC=8$，∴ $AB=10$．故答案为 10．

12. $150\sqrt{3}$ 【解析】过点 A 作 $AD\perp BC$，交 BC 的延长线于点 D，如图．∵ $\angle BCA=120°$，∴ $\angle ACD=180°-\angle ACB=60°$．在 Rt△$ACD$ 中，$AC=20$ 米，∴ $AD=AC\cdot\sin 60°=20\times\frac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}$（米）．∵ $BC=30$ 米，∴ △ABC 的面积为$\frac{1}{2}BC\cdot AD=\frac{1}{2}\times30\times10\sqrt{3}=150\sqrt{3}$（平方米），∴ 需要改造的三角形广场 ABC 的面积是 $150\sqrt{3}$ 平方米，故答案为 $150\sqrt{3}$．



13. $\sqrt{3}$ 【解析】∵ $\tan 45°=1$，$\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\cos 60°=\frac{1}{2}$，∴ $3\tan 45°=3\times1=3$，$2\sin 60°=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$，$4\cos 60°=4\times\frac{1}{2}=2$．∵ $\sqrt{3}<2<3$，∴ $\min\{3\tan 45°,2\sin 60°,4\cos 60°\}=\sqrt{3}$，故答案为 $\sqrt{3}$．

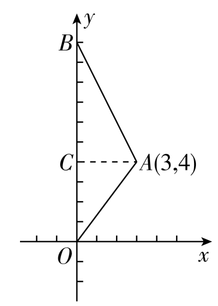
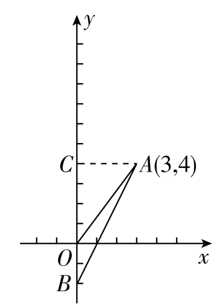
14. $(3+\sqrt{2})$ 【解析】过点 O 作 $OC\perp BT$，垂足为 C，如图．由题意得 $BC/\!/OM$，∴ $\angle AOM=\angle OBC=45°$．∵ $AB=6$ 米，$AO:OB=2:1$，∴ $AO=4$ 米，$OB=2$ 米．在 Rt△OBC 中，$BC=OB\cdot\cos 45°=2\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$（米）．∵ $OM=3$ 米，∴ 此时点 B 到水平地面 EF 的距离为 $BC+OM=(3+\sqrt{2})$ 米，故答案为 $(3+\sqrt{2})$．



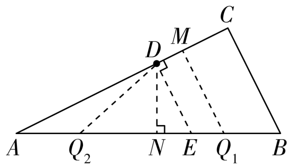
上分警示｜锐角的余弦值

一个锐角的余弦值等于这个角的邻边与斜边的比值，在应用其变式进行计算时，注意不要出错．

15. −2 或 10 【解析】

分类讨论点 B 的位置	用坐标表示线段长度	根据锐角三角函数列比例式求解
①如图(1)，当点 B 在 y 轴的正半轴上时，过点 A 作 $AC\perp OB$ 于点 C  图(1)	$BC=b-4$	∵ $\tan\angle ABO=\frac{1}{2}$，∴ $\frac{AC}{BC}=\frac{1}{2}$，即 $\frac{3}{b-4}=\frac{1}{2}$，解得 $b=10$
②如图(2)，当点 B 在 y 轴的负半轴上时，过点 A 作 $AC\perp y$ 轴于点 C  图(2)	$BC=4-b$	∵ $\tan\angle ABO=\frac{1}{2}$，∴ $\frac{AC}{BC}=\frac{1}{2}$，即 $\frac{3}{4-b}=\frac{1}{2}$，解得 $b=-2$
综上，b 的值为−2 或 10		

16. $4-\frac{4\sqrt{5}}{5}\leqslant d\leqslant 6$ 【解析】过点 D 作 CD 的垂线，交 AB 于点 E，如图. ∵ $AC=3\sqrt{5}$，$AD=2DC$，∴ $AD=2\sqrt{5}$，$CD=\sqrt{5}$. 又∵ $\angle C=90°$，∴ $BC/\!/DE$，∴ $\angle DEA=\angle B$，∴ $\tan\angle DEA=\tan B=2$，∴ $\frac{AD}{DE}=2$，∴ $DE=\sqrt{5}$. ∵ $\sqrt{5}<\frac{6\sqrt{5}}{5}$，∴ 在点 E 的右侧存在到线段 DC 的距离等于 $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ 的点 Q. 当点 $Q(Q_1)$ 在点 E 的右侧时，过 Q_1 作 $Q_1M\perp CD$ 于 M，令 $Q_1M=\frac{6\sqrt{5}}{5}$，∴ $Q_1M/\!/BC$，∴ $\angle AQ_1M=\angle B$，∴ $\tan\angle AQ_1M=\tan B=2$，∴ $\frac{AM}{MQ_1}=2$，∴ $AM=\frac{12\sqrt{5}}{5}$. 由勾股定理得 $AQ_1=6$. 当点 $Q(Q_2)$ 在点 E 的左侧时，连接 DQ_2，令 $DQ_2=\frac{6\sqrt{5}}{5}$，过点 D 作 AB 的垂线，垂足为 N，易得 $\triangle ADN\backsim\triangle ABC$，∴ $\tan B=\tan\angle ADN=2$，∴ $\frac{AN}{DN}=2$. 设 $DN=x$，则 $AN=2x$，∴ $AD^2=DN^2+AN^2=5x^2=(2\sqrt{5})^2=20$，∴ $x=2$（负值已舍去），∴ $AN=4$，$DN=2$. 在 $\mathrm{Rt}\triangle DQ_2N$ 中，$Q_2N=\sqrt{\left(\frac{6\sqrt{5}}{5}\right)^2-2^2}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$，∴ $AQ_2=4-\frac{4\sqrt{5}}{5}$，∴ $4-\frac{4\sqrt{5}}{5}\leqslant d\leqslant 6$. 故答案为 $4-\frac{4\sqrt{5}}{5}\leqslant d\leqslant 6$.



17. 【关键点拨】利用特殊角的三角函数值计算即可得到结果.

18. 【关键点拨】理解题意，熟练掌握锐角三角函数的定义和特殊角的三角函数值是解题的关键.

19. 【关键点拨】解题的关键是求出 DE，CE 的长度.

20. 【关键点拨】理解题意，学会通过添加常用辅助线构造直角三角形来解决问题.

21. 【关键点拨】利用方案三解题时，要找到等量关系，即 $AC+AD=CD$，再设参数构建方程解决问题.

22. 【关键点拨】理解新定义是解决问题的关键.

卷⑧ 第二十九章综合检测卷

答案及评分细则

快速对答案

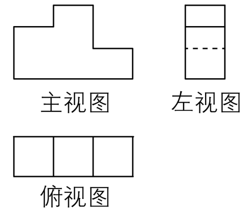
题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	B	C	D	D	B	A	D	A	B

轻松评分数

11. 正方体（答案不唯一） 12. 中心投影

13. ② 14. 6 15. 10 16. 144

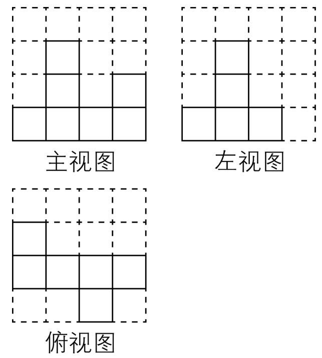
17. 【解】如图所示. ……………………（8 分）



18. 【解】（1）根据三视图可知，该几何体是三棱柱. 故答案为三棱柱. …………（4 分）

（2）因为三棱柱的侧面展开图是长方形，长方形的长是等边三角形的周长，宽是三棱柱的高，所以这个几何体侧面展开图的面积为 $3\times4\times10=120(\mathrm{cm}^2)$. ……………（10 分）

19. 【解】（1）如图所示. ………………（3 分）



（2）被油漆覆盖的面积为 $[2\times(7+5+6)+2]\times1\times1=38(\mathrm{cm}^2)$. 故答案为 38. ……（6 分）

（3）在这个几何体上再添加一些小正方体，并保持主视图和左视图不变，最多可以再添加 6 个小正方体，故答案为 6.

…………………………………（10 分）

20. 【解】过 B 点作 $BH\perp CC_1$ 于 H.

∵ $\angle BCC_1=45°$，$BC=5$ cm，

∴ $BH=\frac{\sqrt{2}}{2}BC=\frac{5\sqrt{2}}{2}$ cm. …………（4 分）

∵ 正方形纸板 $ABCD$ 在投影面 α 上的正投影为四边形 $A_1B_1C_1D_1$，其中边 AB，CD 与投影面平行，AD，BC 与投影面不平行，

∴ 四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 为矩形. ……（9 分）

由题可得 $B_1C_1=BH=\frac{5\sqrt{2}}{2}$ cm，$C_1D_1=CD=5$ cm，∴ 四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 的面积为 $\frac{5\sqrt{2}}{2}\times5=\frac{25\sqrt{2}}{2}(\mathrm{cm}^2)$. …………………（12 分）

上分攻略 评分细则

找准采分点

17. 主视图、俯视图每画对 1 个得 2 分；左视图画对得 4 分，虚线画成实线不得分.

找准采分点

18. （1）填空题不写解题过程.

找准关键点

18. （2）得出侧面展开图的长和宽是关键得分点.

找准采分点

19. （1）每画对一个视图得 1 分.

找准采分点

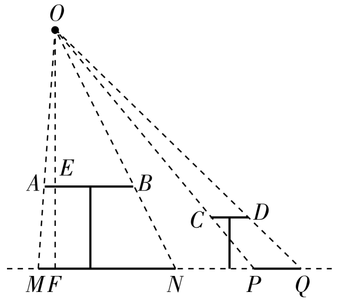
20. 利用 $\angle BCC_1=45°$ 得到 $BH=\frac{5\sqrt{2}}{2}$ cm 得 4 分.

找准采分点

20. 根据矩形的面积公式计算出四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 的面积得 3 分.

21. 【解】（1）如图，点 O 和 PQ 即为所求.

………………………………………（4 分）



（2）作 $OF\perp MN$ 交 AB 于 E，交 MN 于 F，如图. 由题可知 $AB/\!/MN$，$AB=EF=1.2$ m，$MN=2$ m，

∴ $\triangle OAB\backsim\triangle OMN$，………………（7 分）

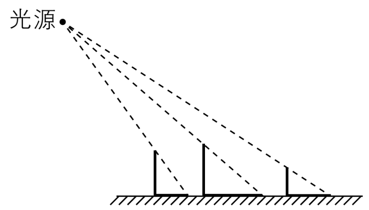
∴ $AB:MN=OE:OF$，即 $1.2:2=(OF-1.2):OF$，∴ $OF=3$ m.

答：路灯 O 与地面的距离为 3 m.

………………………………………（12 分）

22. 【解】【画图操作】光源的位置及第三根旗杆在该灯光下的影子如图所示.

………………………………………（3 分）



【数学思考】等高的物体垂直于地面时，在灯光下，离点光源越近的物体它的影子越短，离点光源越远的物体它的影子越长，所以小明的影长从 A 走到 B 的变化是先越来越短再越来越长. 故答案为 D. …（6 分）

【解决问题】由题可得 $CD/\!/EF/\!/AB$，

∴ $\triangle CDF\backsim\triangle ABF$，$\triangle ABG\backsim\triangle EFG$，

∴ $\frac{CD}{AB}=\frac{DF}{BF}$，$\frac{EF}{AB}=\frac{GF}{BG}$. 又∵ $CD=EF$，

∴ $\frac{DF}{BF}=\frac{GF}{BG}$. ………………………（10 分）

设 $BD=a$ m. ∵ $DF=3$ m，$FG=4$ m，$BF=BD+DF=(a+3)$ m，$BG=BD+DF+FG=(a+7)$ m，∴ $\frac{3}{a+3}=\frac{4}{a+7}$，……………（12 分）

∴ $a=9$，∴ $BF=9+3=12$(m)，

∴ $\frac{1.6}{AB}=\frac{3}{12}$，∴ $AB=6.4$ m.

答：照明灯 AB 的高度为 6.4 m. …（14 分）

规避失分点

21. （1）没有保留画图痕迹，光线没有用虚线表示不得分.

找准采分点

21. （2）得出 $\triangle OAB\backsim\triangle OMN$ 得 2 分.

找准采分点

22. 【画图操作】不用写画法.

找准关键点

22. 【解决问题】设 $BD=a$ m，用含 a 的式子表示出 BF，BG 的长是关键得分点.

上分解析

1. B 【解析】晷针在晷面上形成的投影是平行投影. 故选 B.

2. B

3. C 【解析】由题意得 $AB /\!/ OP$, ∴ $\triangle ACB \backsim \triangle PCO$, ∴ $\frac{AB}{PO}=\frac{AC}{PC}$, 即 $\frac{2}{PO}=\frac{3}{3+4.5}$, ∴ $OP=5$ m. 故选 C.

4. D 【解析】一个正方形的正投影不可能是点, 故选 D.

上分心得 | 正投影

投影线垂直于投影面产生的投影叫做正投影.

5. D 【解析】太阳光下的影子属于平行投影, 遵循同时同地的情况下, 物高与影长成比例的规律; 路灯下的影子属于中心投影, 影长不仅与物高有关, 还与物体与点光源的位置有关, 本题无法判断在同一路灯下谁的影子长.

上分警示 | 平行投影与中心投影的区别

平行投影中, 同时同地, 物高与影长成正比, 但中心投影中影长不仅与物高有关, 还与物体与点光源的距离有关.

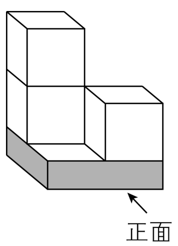
6. B 【解析】由所给三视图可知, 这个几何体是选项 B 中的几何体. 故选 B.

上分点拨 | 由三视图想象几何体的形状

分别根据主视图、俯视图和左视图想象几何体的正面、上面和左面的形状, 然后综合起来考虑整体形状.

7. A 【解析】就北半球而言, 从早晨到傍晚, 物体影子的指向是西→西北→北→东北→东. 结合题图可知, 按时间的先后顺序排列为④③①②. 故选 A.

8. D 【解析】如图, 平台上至少还需放置 2 个这样的正方体, 故选 D.

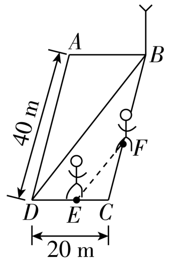


9. A 【解析】三棱柱从正面、左面、上面看所得到的图形分别为长方形(内部有一条纵向的虚线)、长方形、三角形, 故 A 选项符合题意; 圆锥从正面、左面、上面看所得到的图形分别为三角形、三角形、圆(圆心处有一点), 故 B 选项不符合题意; 圆柱从正面、左面、上面看所得到的图形分别为长方形、长方形、圆, 故 C 选项不符合题意; 球从正面、左面、上面看所得到的图形均为圆, 故 D 选项不符合题意. 故选 A.

上分点拨 | 物体"穿墙"问题

观察哪个几何体的三视图符合墙上的空洞形状即可.

10. B 【解析】如图, 连接 EF. ∵ 甲、乙的影子(太阳光照射)刚好在同一条直线上, 且点 B 处一根杆子的影子(太阳光照射)刚好在对角线 BD 上, ∴ $EF /\!/ BD$, ∴ $\triangle CEF \backsim \triangle CDB$, ∴ $\frac{CE}{CD}=\frac{CF}{CB}$. ∵ 两人同时从点 B 出发, 沿着平行四边形空地边缘按顺时针方向跑步, 且甲的速度是乙的速度的 2 倍, ∴ $BC+CE=2BF=40+CE$, ∴ $BF=20+\frac{1}{2}CE$, ∴ $CF=BC-BF=40-20-\frac{1}{2}CE=20-\frac{1}{2}CE$, ∴ $\frac{CE}{20}=\frac{20-\frac{1}{2}CE}{40}$, ∴ $CE=8$ m, 故选 B.



11. 正方体(答案不唯一) 【解析】正方体的主视图、左视图、俯视图都是正方形, 且每个正方形大小相同. 故答案为正方体(答案不唯一).

12. 中心投影

13. ② 【解析】∵ 时间是下午, ∴ 随着时间的推移, 影子会越来越长, ∴ 小红参加 200 m 比赛的照片为②.

14. 6 【解析】由题图可知, 这堆方便面底层有 3+1=4(桶), 上层有 2 桶, 因此共有 4+2=6(桶). 故答案为 6.

15. 10 【解析】过点 D 作 $DH \perp AB$ 于 H, 则 $DH=BC=8$ m, $CD=BH=2$ m. 根据题意得 $\angle ADH=45°$, 所以 $\triangle ADH$ 为等腰直角三角形, 所以 $AH=DH=8$ m, 所以 $AB=AH+BH=10$ m. 故答案为 10.

16. 144 【解析】由三视图可知, 该几何体是圆锥, 其底面周长为 4π. 设这个几何体的侧面展开图的圆心角为 $n°$, 则 $\frac{n\pi\times5}{180}=4\pi$, ∴ $n=144$. 故答案为 144.

上分心得 | 常见几何体的侧面展开图

①圆柱的侧面展开图是长方形. ②圆锥的侧面展开图是扇形. ③正方体的侧面展开图是长方形. ④三棱柱的侧面展开图是长方形.

17. 【易错警示】注意看得见的部分的轮廓线画实线, 看不见的部分的轮廓线画虚线.

18. 【刷有所得】棱柱的侧面都是平行四边形, 上下底面是几边形就是几棱柱.

19. 【关键点拨】正确掌握不同视图的观察方向是解题关键.

20. 【关键点拨】掌握正投影的性质是解题的关键.

21. 【关键点拨】掌握中心投影的性质是解题的关键.

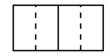
22. 【关键点拨】本题考查了中心投影以及相似三角形的判定和性质, 把实际问题转化为数学问题, 灵活运用所学知识是解题的关键.

第二部分　期末复习突破

复习专项(一)　基础题组

上分解析

1. C 【解析】设反比例函数解析式为 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$. ∵ 该函数图象经过点 $(4,-2)$, ∴ $k=4\times(-2)=-8$, ∴ $y=-\frac{8}{x}$. 故选 C.

2. D 【解析】由题图可知, 该几何体的主视图为 . 故选 D.

3. C 【解析】A 选项, 平行投影中的光线是平行的, 故此选项不符合题意; B 选项, 线段的正投影可能是线段, 也有可能是点, 故此选项不符合题意; C 选项, 圆形物体在阳光下的投影可能是椭圆, 故此选项符合题意; D 选项, 若两人在路灯下的影子一样长, 则两人身高不一定相同, 故此选项不符合题意. 故选 C.

4. B 【解析】∵ 点 P 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象上, 且 $PQ \perp x$ 轴, ∴ $S_{\triangle POQ}=S=\frac{1}{2}|k|$. 由图象可知 $k>0$, ∴ $S=\frac{k}{2}$. 故选 B.

5. A 【解析】∵ 双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 与直线 $y=2x$ 均关于原点对称, ∴ 点 A 与点 B 关于原点对称. ∵ $A(1,2)$, ∴ $B(-1,-2)$. 故选 A.

6. A 【解析】设反比例函数解析式为 $I=\frac{U}{R}(U\neq0)$. 由题图可知, 函数图象过 $(8,3)$, ∴ $U=24$, ∴ $I=\frac{24}{R}$. 当电阻 $R=12\ \Omega$ 时, 电流为 $I=\frac{24}{12}=2$(A). 故选 A.

7. D 【解析】∵ $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}$, $a=4$ cm, $b=12$ cm, ∴ $b^2=ac$, 即 $4c=144$, 解得 $c=36$ cm, 故选 D.

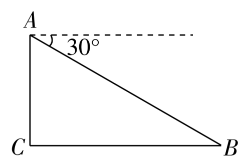
8. D 【解析】∵ 四边形 $ABCD \backsim$ 四边形 $EFGH$, $\angle A=80°$, $\angle F=70°$, $\angle G=90°$, ∴ $\angle B=\angle F=70°$, $\angle C=\angle G=90°$, ∴ $\angle D=360°-\angle A-\angle B-\angle C=360°-80°-70°-90°=120°$, 故选 D.

9. D 【解析】在 Rt$\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90°$, $AB=3$, $BC=4$, ∴ $AC=\sqrt{3^2+4^2}=5$, ∴ $\sin A=\frac{BC}{AC}=\frac{4}{5}$, 故选 D.

10. C 【解析】∵ $\angle A$ 是锐角, $\cos A=\frac{1}{2}$, $\cos 60°=\frac{1}{2}$, ∴ $\angle A=60°$. 故选 C.

11. B 【解析】在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90°$, $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ 所对的边分别为 a, b, c, 则 $\sin B=\frac{b}{c}$, ∴ $c=\frac{b}{\sin B}$, ∴ A 选项不符合题意; $\cos B=\frac{a}{c}$, ∴ $a=c\cdot\cos B$, ∴ B 选项符合题意; $\tan B=\frac{b}{a}$, ∴ $a=\frac{b}{\tan B}$, $b=a\cdot\tan B$, ∴ C、D 选项均不符合题意. 故选 B.

12. B 【解析】如图, 在 Rt$\triangle ACB$ 中, $\angle C=90°$, $\angle B=30°$, $AC=6\ 000$ 米, ∴ $AB=2AC=12\ 000$ 米, ∴ 此时这架飞机与这一建筑物底部之间的距离是 12 000 米. 故选 B.



13. $\frac{8}{17}$ 【解析】在 Rt$\triangle ABC$ 中, $\angle C=90°$, $\cos A=\frac{AC}{AB}=\frac{8}{17}$, ∴ $\sin B=\frac{AC}{AB}=\frac{8}{17}$. 故答案为 $\frac{8}{17}$.